2008

1、H为hilbert空间，xn，x属于H,求证：xn收敛到x当且仅当lim||xn||=||x||，且xn弱收敛到x。  
  
2、X为banach空间，Y为赋范空间，Tn属于B(x,y),limTnx=Tx，Tx属于Y，求证：  
1)存在c，使得||Tn||<=c;  
2)T属于B(x,y),且||T||<=sup||Tn||;  
3)若X为不完备的空间，则1，2中T属于B(x,y)一般不成立，试举例。  
  
3、f(不等于0)是X上的线性泛函,x0是属于X的固定元素且不属于N(f),y属于N(f),求证:  
1)任意x属于X,存在唯一的a和y,使得x=ax0+y;  
2)若g是X上的另一个线性泛函,N(f)=N(g)当前仅当存在k属于R,使得f=kg.  
  
4、H为hilbert空间，T属于B(H,H),xn，x属于H,xn弱收敛到x，  
1)Txn弱收敛到Tx;  
2)fn以范数收敛到f,证明limfn(xn)=f(x).  
  
5、H为Hilber空间，M1,M2为非零子空间，  
1)TM1属于M2,证明T\*(M2的正交补)属于M1的正交补；(注:T\*表示伴随算子)  
2)R(T\*)属于N(T)的正交补，N(T)=R(T\*)的正交补;  
3)若M1,M2为闭子空间，证明T(M1)属于M2,当且仅当T\*(M2的正交补)属于M1的正交补.  
  
6、叙述开映射定理。